

2017

गणित

MATHEMATICS

समय : 3 घण्टे]
Time : 3 hours]

[पूर्णांक : 80

[Max. Marks : 80

निर्देश : (i) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

(ii) इस प्रश्न पत्र में कुल 30 प्रश्न हैं, जो चार खण्डों 'अ', 'ब', 'स' तथा 'द' में बँटे हुए हैं। खण्ड 'अ' में एक-एक अंक वाले 10 प्रश्न, खण्ड 'ब' में दो-दो अंक वाले 5 प्रश्न, खण्ड 'स' में तीन-तीन अंक वाले 10 प्रश्न एवं खण्ड 'द' में छः-छः अंक वाले 5 प्रश्न हैं।

(iii) खण्ड 'अ' के सभी प्रश्नों का उत्तर एक शब्द या वाक्य या प्रश्न की यथार्थ आवश्यकतानुसार देना है।

(iv) प्रश्न पत्र में कोई समग्र व्यापक विकल्प नहीं है, तथापि दो अंकों वाले एक प्रश्न में, तीन अंकों वाले तीन प्रश्नों में तथा छः अंकों वाले दो प्रश्नों में आंतरिक विकल्प दिये गये हैं। विकल्प वाले प्रश्नों में आपको केवल एक विकल्प ही करना है।

(v) रचना वाले प्रश्न में आरेखन स्वच्छ हो और दिये गये मापन के सर्वथा अनुरूप हो।

(vi) कैलकुलेटर के प्रयोग की अनुमति नहीं है।

(vii) प्रथम प्रश्न से प्रारम्भ कीजिये और अन्त तक करते जाइए, जो प्रश्न न आता हो उस पर समय नष्ट न कीजिए।

Note : (i) All questions are compulsory.

(ii) The question paper consists of 30 questions divided into four Sections 'A', 'B', 'C' and 'D'. Section 'A' comprises of ten questions of 1 mark each, Section 'B' comprises of five questions of 2 marks each, Section 'C' comprises of ten questions of 3 marks each and Section 'D' comprises of five questions of 6 marks each.

(iii) All questions in Section 'A' are to be answered in one word or sentence or as per the exact requirement of the question.

(iv) There is no overall choice. However, internal choice has been provided in one question of 2 marks, three questions of 3 marks each and two questions of 6 marks each. You have to attempt only one of the alternatives in all such questions.

(v) In questions on construction, drawing should be neat and exactly as per the given measurement.

(vi) Use of calculator is not permitted.

(vii) Start from the first question and proceed to the last. Do not waste your time over a question which you cannot solve.

खण्ड - 'अ'

(SECTION - 'A')

1. q को सन्तुष्ट करने वाली शर्तों को लिखें ताकि परिमेय संख्या $\frac{p}{q}$ का दशमलव प्रसार असान्त आवर्ती हो।
Write the condition to be satisfied by q , so that a rational number $\frac{p}{q}$ has a non terminating repeating decimal expansions.

2. एक द्विघात बहुपद ज्ञात कीजिए जिसके शून्यांकों के योग तथा गुणनफल क्रमशः 0 और $\sqrt{5}$ हैं।
The sum and product of zeroes of a quadratic polynomial are 0 and $\sqrt{5}$ respectively. What is the quadratic polynomial.

3. मान लीजिए $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ और इनके क्षेत्रफल क्रमशः 64 सेमी² तथा 81 सेमी² हैं यदि $EF = 18$ सेमी तो BC का मान ज्ञात कीजिए।
Let $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ and their areas be respectively 64 cm² and 81 cm². If $EF = 18$ cm, find the length of BC .

4. समान्तर श्रेणी $\frac{3}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}, \dots$ के लिए प्रथम पद 'a' और सार्वअंतर 'd' लिखिए।
For the A.P. $\frac{3}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}, \dots$ write the first term 'a' and the common difference 'd'.

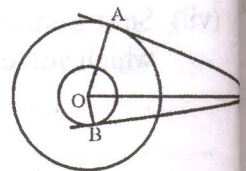
5. प्रथम 100 धन पूर्णांकों का योग ज्ञात कीजिए।
Find the sum of the first 100 positive integers.

6. दिया है $\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{5}}$ तो $\frac{\operatorname{cosec}^2 \theta - \sec^2 \theta}{\operatorname{cosec}^2 \theta + \sec^2 \theta}$ का मान बताइए।
Given that $\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{5}}$. Find the value of $\frac{\operatorname{cosec}^2 \theta - \sec^2 \theta}{\operatorname{cosec}^2 \theta + \sec^2 \theta}$.

7. एक गोले की त्रिज्या 8 सेमी है। उसका वक्रपृष्ठ ज्ञात कीजिए।
The radius of a sphere is 8 cm. Find its surface area.

8. एक निश्चित घटना की प्रायिकता कितनी होती है ?
What is the probability of a sure event ?

9. दी गई आकृति में दो संकेन्द्रीय वृत्त, जिनका केन्द्र O है, की त्रिज्यायें 5 सेमी और 3 सेमी हैं। एक बाह्य बिंदु P से इन वृत्तों पर दो स्पर्श रेखायें PA तथा PB खींची जाती हैं। यदि $PA = 12$ सेमी है तो PB ज्ञात कीजिए।
In the given figure, two concentric circles with center O, have radii 5 cm and 3 cm. From an external point P, two tangents PA and PB are drawn to these circles. If $PA = 12$ cm, find PB .



10. निम्नलिखित बारंबारता सारणी में 'b' और 'd' का मान ज्ञात कीजिए :

अंक	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45	45-50
बारंबारता	4	5	b	7	4	3	1
संचयी बारंबारता	4	9	15	22	d	29	30

In the following frequency distribution table write the value of 'b' and 'd' :

Marks	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45	45-50
Frequency	4	5	b	7	4	3	1
Commulative frequency	4	9	15	22	d	29	30

खण्ड - 'ब'

(SECTION - 'B')

11. बिना आलेखित किये बताइए कि निम्नलिखित रैखिक समीकरणों का युग्म प्रतिच्छेदी रेखाओं, संपाती रेखाओं या समान्तर रेखाओं को निरूपित करेगा : $6x - 3y + 10 = 0$, $2x - y - 9 = 9$
अपने उत्तर के लिए सही औचित्य दीजिए। 2

Without showing the graph, state whether the following pair of linear equations represent intersecting lines, coincident lines or parallel lines : $6x - 3y + 10 = 0$, $2x - y - 9 = 9$.

Justify your answer.

12. त्रिकोणमितीय सारणी का उपयोग किये बिना $\frac{\cos 70^\circ}{\sin 20^\circ} + \cos 57^\circ \operatorname{cosec} 33^\circ - 2 \cos 60^\circ$ का मान ज्ञात कीजिए। 2

Without using trigonometric table find the value of $\frac{\cos 70^\circ}{\sin 20^\circ} + \cos 57^\circ \operatorname{cosec} 33^\circ - 2 \cos 60^\circ$.

13. ABC एक त्रिभुज है, जिसमें $\angle ACB = 90^\circ$ । यदि $CD \perp AB$ तो सिद्ध कीजिए कि $CD^2 = BD \cdot AD$. 2
ABC is a triangle in which $\angle ACB = 90^\circ$. If $CD \perp AB$, prove that $CD^2 = BD \cdot AD$.

14. क्या बिन्दु (3, 2), (-2, -3) और (2, 3) एक त्रिभुज बनाते हैं ? यदि हाँ, तो बताइए कि किस प्रकार का त्रिभुज बनता है। 2

Do the points (3, 2), (-2, -3) and (2, 3) form a triangle ? If so, name the type of triangle formed.

15. 52 पत्तों की ताश की गड्डी में से एक पत्ता यादृच्छया खींचा जाता है, प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि यह पत्ता होगा : 2
(क) इक्का (ख) लाल रंग का

A card is drawn at random from a pack of 52 cards, find the probability that the card will be :

(a) an ace

(b) a red card

अथवा (OR)

एक डिब्बे में 5 लाल कंचे, 8 सफेद कंचे और 4 हरे कंचे हैं। इस डिब्बे में से एक कंचा यादृच्छया निकाला जाता है। इसकी क्या प्रायिकता है कि निकाला गया कंचा :

(क) लाल है

(ख) हरा नहीं है।

A box contains 5 red marbles, 8 white marbles and 4 green marbles. One marble taken out of the box at random. What is the probability that the marble taken out will be :

(a) red

(b) not green

खण्ड – 'स'
(SECTION – 'C')

16. 4052 और 12576 का HCF यूक्लिड विभाजन एल्गोरिथम का प्रयोग करके ज्ञात कीजिए।
Use Euclid's algorithm to find HCF of 4052 and 12576.

अथवा (OR)

दर्शाइए कि $3\sqrt{2}$ एक अपरिमेय संख्या है।

Show that $3\sqrt{2}$ is irrational.

17. $2x + 3y = 11$ और $2x - 4y = -24$ को हल कीजिए और इससे 'm' का वह मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए $y = mx + 3$ हो।
Solve $2x + 3y = 11$ and $2x - 4y = -24$ and hence find the value of 'm' for which $y = mx + 3$.
18. किसी स्कूल के विद्यार्थियों को उनके समग्र शैक्षिक प्रदर्शन के लिए 7 नकद पुरस्कार देने के लिए ₹ 700 राशि है। यदि प्रत्येक पुरस्कार अपने से ठीक पहले पुरस्कार से ₹ 20 कम है तो प्रत्येक पुरस्कार का मान बताइये।
A sum of ₹ 700 is to be used to give 7 cash prizes to students of a school for their overall academic performance. If each prize is ₹ 20 less than its preceding prize, find the value of each of the prizes.

19. सिद्ध कीजिए कि बिन्दु (a, 0), (0, b) और (1, 1) समरेखीय हैं यदि $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$.

Prove that the points (a, 0), (0, b) and (1, 1) are collinear, if $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$.

20. सिद्ध कीजिए कि : $\frac{1 + \cos A}{\sin A} + \frac{\sin A}{1 + \cos A} = 2 \operatorname{cosec} A$
Prove that :

अथवा (OR)

सिद्ध कीजिए कि : $\frac{1 + \sec A}{\sec A} = \frac{\sin^2 A}{1 - \cos A}$
Prove that :

21. उस चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शीर्ष इसी क्रम में A(-5, -3), B(-4, -6), C(2, -1) और D(1, 2) हैं।
Find the area of that quadrilateral whose vertices taken in order are A(-5, -3), B(-4, -6), C(2, -1) and D(1, 2).
22. 4 सेमी त्रिज्या के एक वृत्त पर 6 सेमी त्रिज्या के एक संकेन्द्रीय वृत्त के किसी बिन्दु से एक स्पर्श रेखा कीजिए और उसकी लम्बाई मापिए। परिकलन से इस माप की जाँच भी कीजिए।
Construct a tangent to a circle of radius 4 cm from a point on the concentric circle of radius 6 cm and measure its length. Also verify the measurement by actual calculation.

10. 10 सेमी त्रिज्या वाले एक वृत्त की कोई जीवा केन्द्र पर एक समकोण अन्तरित करती है। निम्नलिखित के क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए :

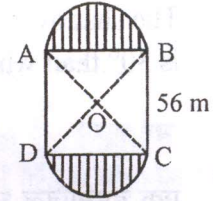
(i) संगत लघु वृत्तखण्ड (ii) संगत दीर्घ त्रिज्यखण्ड ($\pi = 3.14$)

A chord of a circle of radius 10 cm subtends a right angle at the centre. Find the area of the corresponding :

(i) minor segment (ii) major sector ($\pi = 3.14$)

अथवा (OR)

दी गयी आकृति में 56 m भुजा वाले एक वर्गाकार लॉन ABCD के दो ओर बनी दो वृत्ताकार फूलों की क्यारियाँ दर्शाई गयी हैं। यदि प्रत्येक वृत्ताकार क्यारी का केन्द्र लॉन के विकर्णों का प्रतिच्छेद बिन्दु O है, तो वर्गाकार लॉन तथा फूलों की क्यारियों के क्षेत्रफलों का योग ज्ञात कीजिए। ($\pi = 22/7$)



In adjoining figure, two circular flower beds have been shown on two sides of a square lawn ABCD of side 56 m. If the centre of each circular flower bed is the point of intersection O of the diagonals of the square lawn, find the sum of the areas of the lawn and the flower beds. ($\pi = 22/7$)

24. केन्द्र O वाले वृत्त पर बाह्य बिन्दु T से दो स्पर्श रेखायें TP तथा TQ खींची गई हैं। सिद्ध कीजिए कि :

$$\angle PTQ = 2\angle OPQ$$

Two tangents TP and TQ are drawn to a circle with centre O from an external point T. Prove that :

$$\angle PTQ = 2\angle OPQ$$

25. 'k' के किस मान के लिए द्विघात समीकरण $x^2 - kx + 4 = 0$ के मूल बराबर हैं ?

For which value of 'k' the quadratic equation $x^2 - kx + 4 = 0$ has equal roots.

खण्ड - 'द'

(SECTION - 'D')

26. एक मोटर बोट को धारा के प्रतिकूल 30 किमी की दूरी तय करने में लगा समय, उसी दूरी को धारा के अनुकूल तय करने में लगे समय से 2 घन्टे ज्यादा हैं। यदि धारा की चाल 2 किमी/घन्टा है तो स्थिर जल में नाव की चाल ज्ञात कीजिए।

A motor boat takes 2 hours more to cover a distance of 30 km upstream than it takes to cover the same distance downstream. If the speed of the stream is 2 km/hr, find the speed of the boat in still water.

अथवा (OR)

दो संख्याओं के वर्गों का अन्तर 180 है। छोटी संख्या का वर्ग बड़ी संख्या का आठ गुना है। दोनों संख्याएँ ज्ञात कीजिए।
The difference of squares of two numbers is 180. The square of the smaller number is 8 times of the larger number. Find the two numbers.

27. 120 सेमी लम्बे रोलर का व्यास 84 सेमी है। यदि एक खेल के मैदान को समतल करने के लिए यह पूरे 500 चक्कर लगाता है तो इसके द्वारा 30 पैसे प्रति वर्ग मी की दर से समतल करने की कीमत ज्ञात कीजिए।

The diameter of a 120 cm long roller is 84 cm. If it takes 500 complete revolutions to level a play ground, determine the cost of levelling it at the rate of 30 paise per square meter.

28. सिद्ध कीजिए कि किसी बाह्य बिन्दु से किसी वृत्त पर खींची गई स्पर्श रेखाओं के बीच का कोण स्पर्श बिन्दु मिलाने वाले रेखाखण्ड द्वारा केन्द्र पर अंतरित कोण का संपूरक होता है।

(i) Prove that the angle between the two tangents drawn from an external point to a circle is supplementary to the angle subtended by the line segment joining the points of contact at the centre.

29. एक समतल जमीन पर खड़ी मीनार की छाया उस स्थिति में 40 मीटर अधिक लम्बी हो जाती है जबकि उन्नतांश 60° से घटकर 30° हो जाता है। मीनार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

The shadow of a tower standing on a level ground is found to be 40 m longer when the Sun's altitude is 30° than when it is 60° . Find the height of the tower.

अथवा (OR)

एक बहुमंजिल भवन के शिखर से देखने पर एक 8 मीटर ऊँचे भवन के शिखर एवं तल के अवनमन कोण 30° और 45° हैं। बहुमंजिल भवन की ऊँचाई और दोनों भवनों के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

The angles of depression of the top and the bottom of an 8 m tall building from the top of a multi-storeyed building are 30° and 45° , respectively. Find the height of the multi-storeyed building and the distance between the two buildings.

30. निम्नलिखित सारणी किसी गाँव के 100 फार्मों में हुआ प्रति हेक्टेयर गेहूँ का उत्पादन दर्शाते हैं :

उत्पादन (किग्रा/हेक्टेयर)	50-55	55-60	60-65	65-70	70-75	75-80
फार्मों की संख्या	2	8	12	24	38	16

इस बंटन को 'अधिक के प्रकार के' बंटन में बदलिए और फिर उसका तोरण खींचिए।

The following table gives production yield per hectare of wheat of 100 farms of a village :

Production yield (in kg/ha)	50-55	55-60	60-65	65-70	70-75	75-80
Number of farms	2	8	12	24	38	16

Change the distribution to a 'more than type' distribution and draw its ogive.
