नामांक Roll No.

No. of Questions – **30**

No. of Printed Pages – **8**

SS-15-Mathematics

गणित (MATHEMATICS)

उच्च माध्यमिक परीक्षा, 2020

समय : 3¼ घण्टे

पूर्णांक : 80

परीक्षार्थियों के लिए सामान्य निर्देश :

GENERAL INSTRUCTIONS TO THE EXAMINEES :

(1) परीक्षार्थी सर्वप्रथम अपने प्रश्न-पत्र पर नामांक अनिवार्यतः लिखें ।

Candidate must write first his / her Roll No. on the question paper compulsorily.

(2) **सभी** प्रश्न करने अनिवार्य हैं ।

All the questions are compulsory.

(3) प्रत्येक प्रश्न का उत्तर दी गई उत्तर-पुस्तिका में ही लिखें ।

Write the answer to each question in the given answer-book only.

Downloaded from www.cclchapter.com

(4) जिन प्रश्नों में आन्तरिक खण्ड हैं, उन सभी के उत्तर एक साथ ही लिखें ।

For questions having more than one part, the answers to those parts are to be written together in continuity.

(5) प्रश्न-पत्र के हिन्दी व अंग्रेजी रूपांतर में किसी प्रकार की त्रुटि/अंतर/विरोधाभास होने पर हिन्दी भाषा के प्रश्न को ही सही मानें ।

If there is any error / difference / contradiction in Hindi & English versions of the question paper, the question of Hindi version should be treated valid.

(6)

खण्ड	**प्रश्न संख्या**	**अंक प्रत्येक प्रश्न**
अ	1 – 10	1
ब	11 – 15	2
स	16 – 25	3
द	26 – 30	6

Section	**Q. Nos.**	**Marks per question**
A	1 – 10	1
B	11 – 15	2
C	16 – 25	3
D	26 – 30	6

(7) प्रश्न संख्या **25** का लेखाचित्र ग्राफ पेपर पर बनाना है ।

Draw the graph of Q. No. **25** on the graph paper.

Downloaded from www.cclchapter.com

खण्ड – अ

SECTION – A

1. यदि $f : R \to R$, $f(x) = x^2 + 5x + 9$ हो, तो $f^{-1}(8)$ तथा $f^{-1}(9)$ का मान ज्ञात कीजिए ।

   If $f : R \to R$, $f(x) = x^2 + 5x + 9$, then find the value of $f^{-1}(8)$ and $f^{-1}(9)$.

2. $2 \tan (\tan^{-1} x + \tan^{-1} x^3)$ का मान ज्ञात कीजिए ।

   Find the value of $2 \tan (\tan^{-1} x + \tan^{-1} x^3)$.

3. यदि $\begin{bmatrix} k+4 & -1 \\ 3 & k-6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & -1 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$, तो a का मान ज्ञात कीजिए ।

   If $\begin{bmatrix} k+4 & -1 \\ 3 & k-6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & -1 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$, then find the value of a.

4. व्युत्क्रमणीय तथा अव्युत्क्रमणीय आव्यूह को परिभाषित कीजिए ।

   Define singular and Non-singular matrix.

5. सिद्ध कीजिए कि अन्तराल $(-1, 1)$ में फलन $f(x) = x^2 - x + 1$ न तो वर्धमान है और न ही ह्रासमान है ।

   Prove that in interval $(-1, 1)$ function $f(x) = x^2 - x + 1$ is neither increasing nor decreasing.

6. $\int \frac{1}{1 + \sin x} dx$ ज्ञात कीजिए ।

   Find $\int \frac{1}{1 + \sin x} dx$.

7. $(2\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}) \times (3\hat{i} + 4\hat{j} - 4\hat{k})$ का मान ज्ञात कीजिए ।

   Find the value of $(2\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}) \times (3\hat{i} + 4\hat{j} - 4\hat{k})$.

Downloaded from www.cclchapter.com

8. दर्शाइए कि बिन्दु A(2, 3, 4), B(–1, 2, –3) तथा C(– 4, 1, –10) संरेख हैं ।

Show that the points A(2, 3, 4), B(–1, 2, –3) and C (– 4, 1, –10) are Collinear.

9. रैखिक प्रोग्रामन समस्या का सुसंगत हल को परिभाषित कीजिए ।

Define the feasible solution of the Linear programming problem.

10. यदि $P(A) = \frac{6}{11}$, $P(B) = \frac{5}{11}$ और $P(A \cup B) = \frac{7}{11}$ हो, तो $P(A \cap B)$ ज्ञात कीजिए ।

If $P(A) = 6/11$, $P(B) = 5/11$ and $P(A \cup B) = 7/11$, then find $P(A \cap B)$.

खण्ड – ब

SECTION – B

11. यदि फलन f और g दो एकैकी आच्छादक फलन इस प्रकार हैं कि संयुक्त फलन (gof) एवं $(gof)^{-1}$ परिभाषित हो तो प्रदर्शित कीजिए :

$(gof)^{-1} = f^{-1}og^{-1}$.

If f and g are one-one onto function such that composite function (gof) and $(gof)^{-1}$ are defined, then show that $(gof)^{-1} = f^{-1}og^{-1}$.

12. यदि $A - 2I = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 3 \\ 2 & 1 & -1 \\ -3 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ हो, तो AA^T ज्ञात कीजिए, जहाँ I, 3×3 क्रम का इकाई आव्यूह है ।

If $A - 2I = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 3 \\ 2 & 1 & -1 \\ -3 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, then find AA^T, where I is unit matrix of order 3×3.

13. $\frac{2x + 5}{\sqrt{(x^2 + 3x + 1)}}$ का x के सापेक्ष समाकलन कीजिए ।

Integrate $\frac{2x + 5}{\sqrt{(x^2 + 3x + 1)}}$ with respect to x.

Downloaded from www.cclchapter.com

14. यदि $y = \sqrt{\log x + \sqrt{\log x + \sqrt{\log x + ... \infty}}}$ हो, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए ।

If $y = \sqrt{\log x + \sqrt{\log x + \sqrt{\log x + ... \infty}}}$, then find $\frac{dy}{dx}$.

15. वक्र $2x^2 - y^2 = 14$ पर सरल रेखा $x + 3y = 6$ के समान्तर अभिलम्ब के समीकरण ज्ञात कीजिए ।

Find the equation of the normals to the curve $2x^2 - y^2 = 14$ which are parallel to the line $x + 3y = 6$.

खण्ड – स
SECTION – C

16. निम्न त्रिकोणमितीय समीकरण को हल कीजिए :

$$\sin^{-1} x + \sin^{-1} 2x = \frac{\pi}{3}$$

Solve the following trigonometrical equation :

$$\sin^{-1} x + \sin^{-1} 2x = \frac{\pi}{3}.$$

17. सिद्ध कीजिए कि $\begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1+c \end{vmatrix} = abc\left(1 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)$

Prove that $\begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1+c \end{vmatrix} = abc\left(1 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right).$

18. निम्नलिखित समीकरण निकाय को हल कीजिए :

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2y \\ z \\ 3y \end{bmatrix}$$

Solve the following system of equations :

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2y \\ z \\ 3y \end{bmatrix}$$

Downloaded from www.cclchapter.com

19. $\cos^{-1}\sqrt{\left(\frac{x}{a+x}\right)}$ का x के सापेक्ष समाकलन कीजिए ।

Integrate $\cos^{-1}\sqrt{\left(\frac{x}{a+x}\right)}$ with respect to x.

20. परवलयों $y^2 = 4ax$ तथा $x^2 = 4by$ के मध्यवर्ती क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।

Find the area of the region enclosed between the two Parabolas $y^2 = 4ax$ and $x^2 = 4by$.

21. वृत्त $x^2 + y^2 = 32$ व रेखा $y = x$ तथा x-अक्ष के मध्यवर्ती प्रथम चतुर्थांश में स्थित क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।

Find the area of the region in the First quadrant enclosed by the x-axis, the line $y = x$ and the circle $x^2 + y^2 = 32$.

22. हल कीजिए : $\frac{dy}{dx} + (2x \tan^{-1}y - x^3)(1 + y^2) = 0$

Solve : $\frac{dy}{dx} + (2x \tan^{-1}y - x^3)(1 + y^2) = 0$.

23. हल कीजिए : $(1 + y^2) + (x - e^{\tan^{-1} y})\frac{dy}{dx} = 0$.

Solve : $(1 + y^2) + (x - e^{\tan^{-1} y})\frac{dy}{dx} = 0$.

24. सिद्ध कीजिए कि दी गई तिर्यक ऊँचाई और महत्तम आयतन वाले शंकु का अर्ध शीर्ष कोण $\tan^{-1}\sqrt{2}$ होता है ।

Show that the semi vertical angle of a cone of maximum volume and given slant height is $\tan^{-1}\sqrt{2}$.

25. निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को आलेखीय विधि से हल कीजिए :

अधिकतम $z = 2x + 3y$

प्रतिबन्ध $4x + 6y \leq 60$

$2x + y \leq 20$

तथा $x \geq 0, y \geq 0$

Solve the following Linear Programming problem by graphical method :

Max $z = 2x + 3y$

Constraints $4x + 6y \leq 60$

$2x + y \leq 20$

and $x \geq 0, y \geq 0$

Downloaded from www.cclchapter.com

खण्ड – द

SECTION – D

26. फलन $f(x) = |x-1| + 2|x-2| + 3|x-3|$ की बिन्दु $x = 1, 2, 3$ पर सांतत्यता एवं अवकलनीयता का परीक्षण कीजिए ।

Examine the continuity and differentiability of the function $f(x) = |x-1| + 2|x-2| + 3|x-3|$ at point $x = 1, 2, 3$.

27. सिद्ध कीजिए : $I = \int_0^{\pi} \log(1+\cos x)\,dx = \pi \log_e\left(\frac{1}{2}\right)$

Prove that :

$$I = \int_0^{\pi} \log(1+\cos x)\,dx = \pi \log_e\left(\frac{1}{2}\right).$$

28. सिद्ध कीजिए :

(i) $[\vec{a}+\vec{b}\quad \vec{b}+\vec{c}\quad \vec{c}+\vec{a}] = 2[\vec{a}\ \vec{b}\ \vec{c}]$

(ii) $[(\vec{a}\times\vec{b})(\vec{b}\times\vec{c})(\vec{c}\times\vec{a})] = [\vec{a}\ \vec{b}\ \vec{c}]^2$

Prove that :

(i) $[\vec{a}+\vec{b}\quad \vec{b}+\vec{c}\quad \vec{c}+\vec{a}] = 2[\vec{a}\ \vec{b}\ \vec{c}]$

(ii) $[(\vec{a}\times\vec{b})(\vec{b}\times\vec{c})(\vec{c}\times\vec{a})] = [\vec{a}\ \vec{b}\ \vec{c}]^2$

29. निम्नलिखित रेखा युग्मों के मध्य न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए :

(i) $\frac{x-3}{2} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+1}{-3}$ तथा $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-1}{2}$.

(ii) $\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k} + \lambda(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$ तथा $\vec{r} = 3\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k} + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$

Find the shortest distance between the following pair of lines :

(i) $\frac{x-3}{2} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+1}{-3}$ and $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-1}{2}$.

(ii) $\vec{r} = \hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k} + \lambda(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$ and $\vec{r} = 3\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k} + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$

Downloaded from www.cclchapter.com

30. एक व्यक्ति के बारे में ज्ञात है कि वह 5 में से 3 बार सत्य बोलता है । वह एक पासे को उछालता है और बतलाता है कि उस पर आने वाली संख्या 1 है । इसकी प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि पासे पर आने वाली संख्या वास्तव में 1 है ।

A man is known to speak the truth 3 out of 5 times. He throw a die and reports that it is '1'. Find the probability that it is actually 1.

———————

Downloaded from www.cclchapter.com