प्रतिदर्श प्रश्न पत्र
2025
विषय–गणित (428)
कक्षा–12

समयः 3 घण्टे | पूर्णांकः 80

नोट– (i) इस प्रश्न–पत्र में कुल 24 प्रश्न हैं। सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
(ii) प्रश्नों हेतु निर्धारित अंक उनके सम्मुख अंकित हैं।
(iii) प्रत्येक प्रश्न को ध्यानपूर्वक पढ़िये तथा समुचित उत्तर दीजिए।
(iv) प्रश्न संख्या 1 बहुविकल्पीय प्रश्न हैं। इस प्रश्न के प्रत्येक खण्ड के उत्तर में चार विकल्प दिये गए हैं। सही विकल्प अपनी उत्तरपुस्तिका में लिखिए। प्रश्न संख्या 2 से 7 तक निष्चित उत्तरीय प्रश्न हैं।
(v) प्रश्न संख्या 1 का प्रत्येक खण्ड **एक अंक** का है। प्रश्न संख्या 2 से 7 तक **एक अंक** के प्रश्न हैं। प्रश्न संख्या 8 से 12 तक **दो अंक** के प्रश्न हैं। प्रश्न संख्या 13 से 18 तक **चार अंक** के प्रश्न हैं। प्रश्न संख्या 19 से 24 तक **पॉच अंक** के प्रश्न हैं।
(vi) इस प्रश्न–पत्र में समग्र पर कोई विकल्प नहीं है तथापि कतिपय प्रश्नों में आंतरिक विकल्प प्रदान किया गया है। ऐसे प्रश्नों में केवल एक विकल्प का ही उत्तर दीजिए।

1– (क) मान लीजिए कि f(x)=3x द्वारा परिभाषित फलन f: R→ R है, सही उत्तर चुनिए. 1

(A) f एकैकी आच्छादक है (B) f बहुएक आच्छादक है
(C) f एकैकी है परन्तु आच्छादक नही है। (D) f न तो एकैकी है और न आच्छादक है।

(ख) A= $[a_{ij}]_{mXn}$ एक वर्ग आव्यूह है यदि 1

(A) m>n (B) m<n
(C) m=n (D) इनमें से कोई नही।

(ग) एक रेखा के दिक अनुपात (2,1,2) है तो इसके दिक कोज्यायें होंगीः 1

(B) $\frac{-2}{3},\frac{1}{3},\frac{2}{3}$ (B) $\frac{2}{3},\frac{-1}{3},\frac{-2}{3}$
(C) $\frac{2}{3},\frac{1}{3},\frac{-2}{3}$ (D) $\frac{-2}{3},\frac{-1}{3},\frac{2}{3}$

(घ) एक उत्पाद की x इकाइयों के विकय से प्राप्त कुल आय रुपयों में $R(x)=3x^2+36x+5$ से प्रदत्त है। जब x=15 है तो सीमान्त आय है– 1

(A) 116 (B) 96
(C) 90 (D) 126

Downloaded from www.cclchapter.com

(ङ) अवकल समीकरण $2x^2\frac{d^2y}{dx^2}-3\frac{dy}{dx}+y=0$ की कोटि है– 1

(A) 2 (B) 1

(C) 0 (D) परिभाषित नही है

(च) $\int_1^{\sqrt{3}}\frac{dx}{1+x^2}$ बराबर है– 1

(A) $\frac{\pi}{3}$ (B) $\frac{2\pi}{3}$

(C) $\frac{\pi}{6}$ (D) $\frac{\pi}{12}$

(छ) एक 10 मीटर त्रिज्या की बेलनाकार टंकी में 314 m^3/h की दर से गेहूँ भरा जाता है। भरे गये गेहूँ की गहराई की वृद्धि दर है– 1

(A) 1 m/h (B) 0.1 m/h

(C) 1.1 m/h (D) 0.5 m/h

(ज) यदि दो सदिशों $\vec{a}$ तथा $\vec{b}$ के बीच का कोण θ है तो $|\vec{a}.\vec{b}|=|\vec{a}\times\vec{b}|$ जब θ बराबर है– 1

(B) 0 (B) $\frac{\pi}{4}$

(C) $\frac{\pi}{2}$ (D) π

नोट–निम्न प्रश्नों में दो कथनों को अभिकथन (A) और कारण (R) के रूप में चिन्हित किया गया है। अपने उत्तर नीचे दिए गये कोड के अनुसार अंकित करें–

(i) A तथा R दोनों सत्य हैं तथा R, A की सही व्याख्या करता है।
(ii) A तथा R दोनों सत्य हैं तथा R, A की सही व्याख्या नहीं करता है।
(iii) A सत्य है R लेकिन असत्य हैं।
(iv) A तथा R दोनों असत्य हैं।

(झ) **अभिकथन** (A) – यदि $\vec{a}=3\hat{\imath}-4\hat{\jmath}+2\hat{k}$ तथा $\vec{b}=2\hat{\imath}-3\hat{\jmath}+p\hat{k}$ परस्पर लम्बवत हैं तब p=-9 1

कारण (R)– परस्पर लम्बवत सदिशों के लिए $\vec{a}.\vec{b}\neq 0$

(ञ) **अभिकथन** (A)–वृत्त $x^2+y^2=16$ द्वारा घिरा क्षेत्रफल 16π वर्ग इकाई है। 1

कारण–(R) $x^2+y^2=16$ एक वृत्त है जिसकी त्रिज्या 4 इकाई है तथा इसका केन्द्र (0,0) है।

2. $cos^{-1}\frac{\sqrt{3}}{2}$ का मुख्य मान बताओ। 1

3. यदि x-y=π तो dy/dx का मान ज्ञात कीजिए। 1

4. $\int e^x\, sec\, x(1+\tan x)dx$ का मान ज्ञात कीजिए । 1

Downloaded from www.cclchapter.com

5. अन्तराल ज्ञात कीजिए जिसमें $f(x) = x^2 - 4x + 6$ से प्रदत्त फलन वर्धमान है। 1

6. $\hat{\imath}.(\hat{\jmath} \times \hat{k}) + \hat{\jmath}.(\hat{\imath} \times \hat{k}) + \hat{k}.(\hat{\imath} \times \hat{\jmath})$ का मान ज्ञात कीजिए । 1

7. A तथा B ऐसी घटनाएं दी गयी हैं जहां $P(A) = \frac{1}{2}, P(A \cup B) = \frac{3}{5}, P(B) = p$ । यदि A तथा B परस्पर अपवर्जी घटनाए हैं तो p का मान ज्ञात कीजिए। 1

8. यदि लाभ फलन $p(x) = 41 - 72x - 18x^2$ से प्रदत्त है तो किसी कम्पनी द्वारा अर्जित लाभ ज्ञात कीजिए। 2

9. $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए यदि $xy + y^2 = 10x + y$ 2

10. $f(x) = sin^{-1}x, -1 \leq x \leq 1$ का आलेख खीचिए। 2

11. उस समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी संलग्न भुजाएं $\vec{a} = \hat{\imath} - \hat{\jmath} + 3\hat{k}$ तथा $\vec{b} = 2\hat{\imath} - 7\hat{\jmath} + \hat{k}$ द्वारा निर्धारित हैं। 2

12. यह दिया गया है कि दो पासों को फेंकने पर प्राप्त संख्याएं भिन्न – भिन्न हैं दोनों संख्याओं का योग 4 होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 2

अथवा

यदि A और B दो स्वतंत्र घटनाएं हैं तो सिद्ध कीजिए कि A या B में से न्यूनतम एक के होने की प्रायिकता $= 1 - P(A')\,P(B')$

13. सिद्ध कीजिए कि समस्त त्रिभुजों के सम्मुच्य A मे R={(T_1,T_2): T_1,T_2 के समरूप है} द्वारा परिभाषित सम्बन्ध R एक तुल्यता सम्बन्ध है। भुजाओं 3, 4, 5 वाले समकोण त्रिभुज T_1 और भुजाओं 5, 12, 13 वाले समकोण त्रिभुज T_2 तथा भुजाओं 6, 8, 10 वाले समकोण त्रिभुज T_1 पर विचार कीजिए। T_1, T_2 तथा T_3 में कौन से त्रिभुज परस्पर सम्बन्धित हैं। 4

14. छेदक रेखा $x = \frac{a}{\sqrt{2}}$ द्वारा वृत्त $x^2 + y^2 = a^2$ के छोटे भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 4

अथवा

$\int \left[\log(\log x) + \frac{1}{(\log x)^2}\right] dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

15. p का मान ज्ञात कीजिए ताकि रेखाएं $\frac{1-x}{3} = \frac{7y-14}{2p} = \frac{z-3}{2}$ और $\frac{7-7x}{3p} = \frac{y-5}{1} = \frac{6-z}{5}$ परस्पर लम्ब हों। 4

अथवा

. तीन सदिश $\vec{a}, \vec{b}$ और $\vec{c}$ प्रतिबन्ध $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ को सन्तुष्ट करते हैं यदि $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 4$ और $|\vec{c}| = 2$ तो राशि $\mu = \vec{a}.\vec{b} + \vec{b}.\vec{c} + \vec{c}.\vec{a}$ का मान ज्ञात कीजिए।

Downloaded from www.cclchapter.com

16. k के मान ज्ञात कीजिए ताकि 4

$$f(x) = \begin{cases} kx^2 & ; \quad x \le 2 \\ 3 & ; \quad x > 2 \end{cases}$$ द्वारा परिभाषित फलन x=2 पर सतत फलन है।

17. यदि A=$\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, B=$\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 4 \end{bmatrix}$, C=$\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 8 \end{bmatrix}$ है तो एक ऐसा आव्यूह D ज्ञात कीजिए जिसके लिए CD-AB=0 4

अथवा

x,y,z के मानों को ज्ञात कीजिए, यदि आव्यूह A=$\begin{bmatrix} 0 & 2y & z \\ x & y & -z \\ x & -y & z \end{bmatrix}$ समीकरण A'A=I को सन्तुष्ट करता है।

18. रेखाएं जिनकी सदिश समीकरण निम्नलिखित है के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए– $\vec{r} = (1-t)\hat{\imath} + (t-2)\hat{\jmath} + (3-2t)\hat{k}$ और $\vec{r} = (s+1)\hat{\imath} + (2s-1)\hat{\jmath} - (2s+1)\hat{k}$ । 4

19. 4 कि0ग्रा0 प्याज, 3 कि0ग्रा0 गेहॅू और 2 कि0ग्रा0 चावल का मूल्य ₹60 है। 2 कि0ग्रा0 प्याज, 4 कि0ग्रा0 गेहॅू और 6 कि0ग्रा0 चावल का मूल्य ₹90 है। 6 कि0ग्रा0 प्याज, 2 कि0ग्रा0 गेहॅू और 3 कि0ग्रा0 चावल का मूल्य ₹70 है। आव्यूह विधि द्वारा प्रत्येक का मूल्य प्रति कि0ग्रा0 ज्ञात कीजिए। 5

20. 45 सेमी×24 सेमी की टिन की आयताकार चादर के कोनों पर वर्ग काटकर तथा इस प्रकार बने टिन के फलकों को मोड़कर ढक्कन रहित सन्दूक बनाना है काटे जाने वाले वर्ग की भुजा कितनी होगी जिससे सन्दूक का आयतन उच्चतम हो। 5

अथवा

एक पाइप से रेत 12 सेमी^{3}/सेकेण्ड की दर से गिर रही है। गिरती रेतजमीन पर एक ऐसा शन्कु बनाती है जिसकी ऊॅचाई सदैव आधार की त्रिज्या का छठा भाग है। रेत से बने शंकु की ऊॅचाई किस दर से बढ़ रही है जबकि ऊॅचाई 4 सेमी है।

21. दर्शाइये कि अवकल समीकरण $x\cos\left(\frac{y}{x}\right)\frac{dy}{dx} = y\cos\left(\frac{y}{x}\right) + x$ समघातीय है और इसका व्यापक हल भी ज्ञात कीजिए। 5

अथवा

अवकल समीकरण $(\tan^{-1} y - x)dy = (1+y^2)dx$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए।

22. $\int_0^{\pi} \frac{x\,dx}{a^2\cos^2 x + b^2\sin^2 x}$ का मान ज्ञात कीजिए। 5

अथवा

Downloaded from www.cclchapter.com

$\int_0^{\pi} \log(1+\cos x)dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

23. निम्न अवरोधों के अन्तर्गत $z = x + 2y$ का न्यूनतमीकरण कीजिए– 5

$$2x + y \geq 3, x + 2y \geq 6, x, y \geq 0$$

24. एक वोल्ट बनाने के कारखाने में मशीने A , B और C कुल उत्पादन का क्रमशः 25% , 35% और 40% वोल्ट बनाती है । इन मशीनों के उत्पादन का क्रमशः 5,4 और 2 प्रतिशत भाग खराब (त्रुटिपूर्ण) है । वोल्टों के कुल उत्पादन में से एक वोल्ट यादृच्छया निकाला जाता है और वह खराब पाया जाता है ।

उपर्युक्त जानकारी के आधार पर निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए ।

(क) वोल्ट के खराब होने की प्राथमिकता ज्ञात कीजिए जब यह दिया गया हो कि वह मशीन A द्वारा निर्मित है । 1

(ख) प्राथमिकता ज्ञात कीजिए कि खराब वोल्ट मशीन B द्वारा निर्मित है । 2

(ग) प्राथमिकता ज्ञात कीजिए कि खराब वोल्ट मशीन C द्वारा निर्मित है । 2

Downloaded from www.cclchapter.com